

2 NOVEMBER 2018

 $\square$ 

 $\mathbf{a}$ 

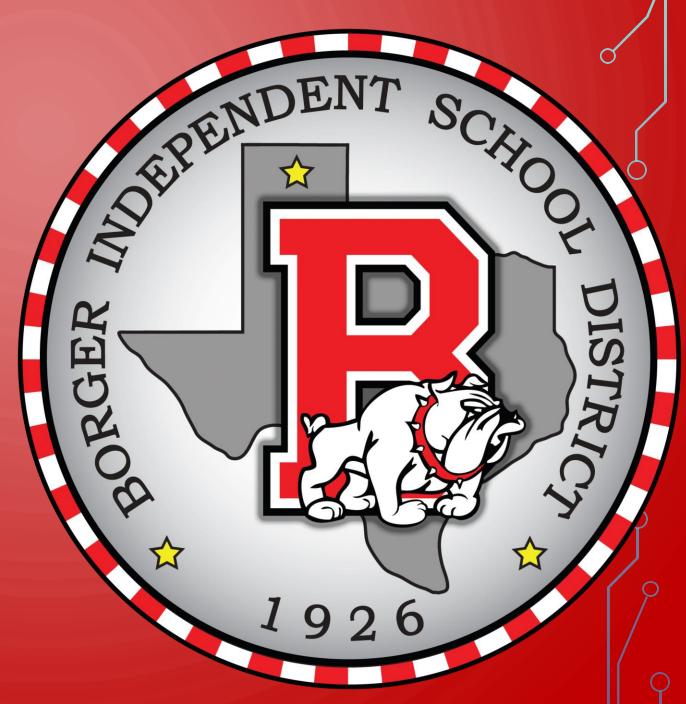
Q

ററ്

B

 $\bigcirc$ 

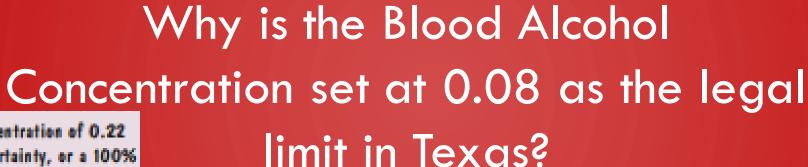
Q



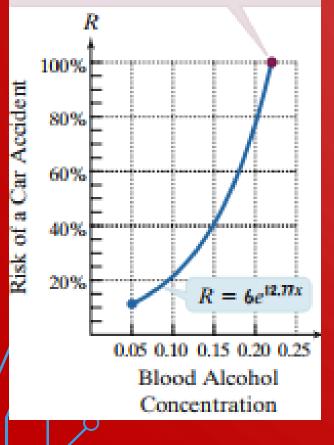
# CC ALGEBRA CHAPTER 4 – EXPONENTIAL AND LOGARITHMIC FUNCTIONS

 SECTION 4.4 - EXPONENTIAL GROWTH AND DECAY; MODELING DATA **Objectives:** 

- Model exponential growth and decay
- Use logistic growth models
- Choose an appropriate model for data
- Express an exponential model in base e



A blood alcohol concentration of 0.22 corresponds to near certainty, or a 100% probability, of a car accident.



Medical Research indicates that the risk of having a car accident increases exponentially as the concentration of alcohol in the blood increases. The risk is modeled by

$$R=6e^{12.77x},$$

where x is the blood alcohol concentration and R, given as a percent, is the risk of having a car accident. What blood alcohol concentration corresponds to a 17% risk of a car accident.





R= 178  $\begin{array}{l}
 17 = 6e^{12.77x} \\
 \frac{17}{6} = e^{12.77x} \\
 \frac{17}{6} = 12.77x
\end{array}$ ....x

R= Geiznax



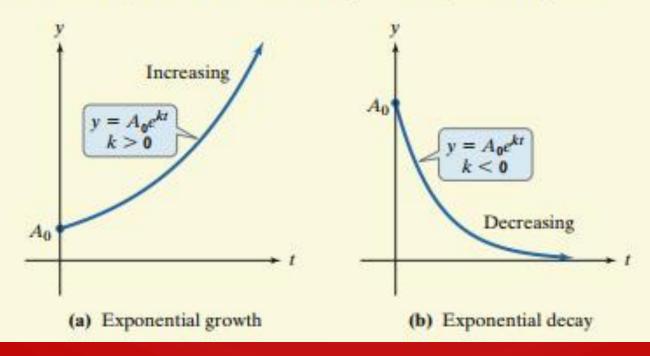
.

### Exponential Growth and Decay Models

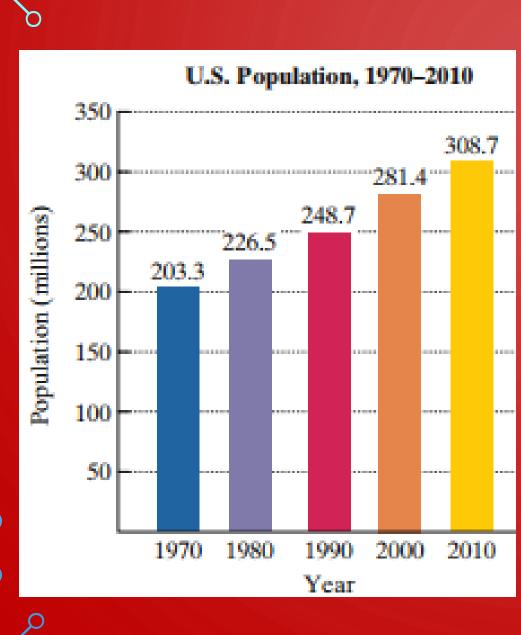
The mathematical model for exponential growth or decay is given by

$$f(t) = A_0 e^{kt} \quad \text{or} \quad A = A_0 e^{kt}$$

- If k > 0, the function models the amount, or size, of a growing entity. A<sub>0</sub> is the original amount, or size, of the growing entity at time t = 0, A is the amount at time t, and k is a constant representing the growth rate.
- If k < 0, the function models the amount, or size, of a decaying entity. A<sub>0</sub> is the original amount, or size, of the decaying entity at time t = 0, A is the amount at time t, and k is a constant representing the decay rate.







Modeling the Growth of the U.S. Population

The graph shows the U.S. population, in millions, for five selected years from 1970 through 2010. In 1970, the U.S. population was 203.3 million. By 2010, it had grown to 308.7 million.

- a. Find an exponential growth function that models the data.
- b. By which year will the U.S. population reach 335 million?





Carbon-14 decays exponentially with a half-life of approximately 5715 years. The half-life of a substance is the time required for half of a given sample to disintegrate. Thus, after 5715 years a given amount of carbon-14 will have decayed to half the original amount.

ושא שלוו שון מה אל חבוא אוש של איטור איבי לבנו חיכוש ותוחלצו בצרו בעורוותו צול ותמצא ארש את אפורו וושבע מאתי וברצו להתף ורעצו וכצול בקום אשר חוחה שם נשאיה צוהן ואים צווצוני וסכן לנווי וצן וסאלן למותם לא דבי ווהיא לשתות הציהן וטלא יצי ליטונוה להשינ שיאטות הלאם אוו הכיצ ביאשית הלאם ואתרייש נאל ובש בנקום אשי יהוו שב חברף על ונות איש ליצות וקיבתו ושיווי כווני את שלושות ולביד טויף אוד המאי לפוטב היבום איט בועיונו הניוהע צול הצעו ושבו איש בעבוע יבן ושאלו לבשבט ולבול בעוד וזיבי לציעת ווויוני אליףופוי אויש כמוצ אבור גיכורן טוט וצלר אוווות לפנוך וראיש הנשאל ידיפי בוזיו וכפישב וחיכום אלידי איי הצבקון על הדיבוע וצה איש אשר וש אתר אבר ליבר ליבר ליבו ו הרוקי רערף השייש על ציגווהר מאבר יש אושר דיבר ליבוי ליבום לארפוב על נינה איארף ואירישוון איאיש אפווף פאאש אדינ כברית לטוב לאכות ולטוף בצהל על יוביטור בציל משכשר איו הצול על הפויר ובאשר ויאא הגוול על עצו חיבוע וקורב אויר הדיבום שיאשר יודעשות ליות ופנשו ערבלאת לו שנה תפוב ובבולאתלו שנא בתור החוף רשאוו היכים על דכיין לבי לשיוב לעוד הדווף פלטי השיוונה חיוב אנשוי כייוום יוי כ הפכקה אל מלאצת והיכום ינתכו כא אכן שואי ואל האכום שולאת ל שנוד שנות מעוך אנשי היאין וכנולאת לי השנור הגריל לריינה ליווא נידור באר כבורי מדינו במנד אוור לונויה י

אווא נוועצר ווצע ורבצילות מווף טורית ציבון שנא איות וא יצות שיאר צמינ ודכו ביותר אבונו

מוד הפיצ לעושי היאוי המעשיות לשוב בעול אי וארוווק בעל אשר שהלבצו לייני ל ציאו אנאו העול להיות לאוף בנוירה ובהין ומשובאם שלמופור אוים התוהנהו שומיו הבייה על ברירב אנא איווי השתוקים שביית שליחה יציותבין הגויל לעוליבר למידי ילהו ולכניבם לביות אמנירור וצניה עיקה וצטובי ואהכת אביי והדבע לה כמה איביחה אשר לא ייב איש כשאיניות לבו לתניתייוון לכני ועינודה ובאישבת יציר ואאם לבנו באוןי עוילת יצי ועויב ששור לכדי מרבי אבת לישראל לאוי ביוון פחש לכבי לביו המתוצבים לקרבי בתחיין לביה האבת ברשיאו התנחו בלוחם לחף הליור ולבואבם להישוע צול בבייה אנין ואלה מצון איצואול עלציר איניקים אאלה בהאובנע לאריציר הכא לעצוראיא יכוא מביות אל נטוני כל הפתנאיבום וויום על נבטו במאוקת אבוי לשוב אומרת בושה נצה אשר יעור כן לב הצרול גבש לצול הנגלה מענה לבנו שאים הצרהנות שוציי הבורוג קירישו ליענו הלחיב אנשיי ביירתנ הבתנויבות היוי להכתר הלחתולע ביינונו האשר הקהם כביות שלובישו להביצול מצור אבשה העול החווצונ קאין אי שער מיא ליא האשובו בביותו מאמא בעשו האאירשותי באיקיותי לאת הנפתרות אשר העו כב לאשיוניה והנגלות עשוי בניף וינוה לבורת אב לביותם אנשוים נקט כאלוה ביאת לעיות כב שכמוני באירוים לצלת עלים לאין שאית אליביא במום לגצת כל דרת אנייה והיוייים ציאלוא יטואיי דיא שבר ברעתו ציא אמא בציל שבוי אבור ואשף אא אאף ער בעבואת רבאר רבויאוגני עוז) אשונה ניאחיות בבנ כבה איני ציאצן צועב בצה אבי שקר וניתי ואשולוא ישוב איני שני איני בא איני בא איני איני איני אחאף עלבווים לכו נוויוו ומשכם נאשוי לוא מצל בווינש צא איוא ושונא ולוא היא מוש בולביובאא אטיילא פצאורי צאטי עשב איילי לכו כין האים אשר נשפה טיבו ציא כבה שאשב אושר ציא וא אוף הוחלנו ואל ביוה שלה ובאצמבעויף עון קיצ להות עולה ובעינף באאמיליא נאשבי בביאתו להבואל אותו ואתנא אשילות ולוא איש אישותואיש על גולצטון דעל ציא העל צול אשר לא רדעי את באחנו וצול נעאצו אינדי ישביד מתכל וצול ביצשראים לניה לפור וטבא כצול הינום יציא יכוא כבוית לעשות צבול הוסקום הגלה להיווף לנית קיויש ויציטי אתרירוום כורף כא איש ליצור לבישנה ופנטרו פתריד על נרבע אהאין הפתעיבום כרוף להיום וין חופרוכע שנים להשנין ופוני אין ציא כי ניהי אל לביוונילמים את ביותו ולבווץ את ביו איניון אשיינון לביות ועלביי ב רשאא ווכונוביון לאב כוואי לשיות ובתבט בבירב אישלבור גינוה לכו שבלר נפיטור להשבע אבול איש ליכוה הקוםן לגגול ולהיות ניקדט אתרימוז ופינירהם שנה בשנה להעות איש לבר שבלו הנה איצר אשתה צנפויתו להנ אלידיני אלידיות כאב או כאלונו איש את דיצות כאלי ופנור ואהכת אפף לאיט אוא צשע זאל רשנאחד

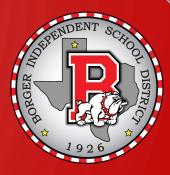
אמניור היצד לעי אות מכב מניור וצול אייריה שנא לצאו בתול להיאיף בלבב אוש אישי לבור הל איז שיק אוק אבת אכוקי לכובי במשפור אבום היבויותיום ומוב פולפוט רשצל ובואד ואוצות אבויור מאצוב בצור ב אמיר ואי ועת בית מאשבת צפשה וקנאת משפוי צוין מאשבת אפיויים עלבא ביבה אוצת וטוחית ציברי מתעב ביל גלולה נייה ואיזבע לבת את הוה אינת אלה מראו אוו לבנו אלת תכל ובקוצות צו אולצו כה למרכא שים וברות ורע עו בל ברצות עד ושמאת שלבום באוו נשוי ובלא צבוי

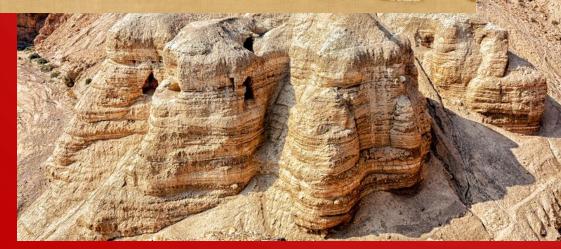
. עש ושנה ידום בעברהת אים בשע ושקר אות היום בע. צאש ואבוהה אצואי ב אילת וקנאת ואין מעשר מנעבור באיוי ונות ואיני נאיה בעינואל המאה ותרש נצבוף און קרשו עריב וצובוף לב לצת בצו איצו אושצ ואיצו אנו או און ו שויצול בלאצו, אכל לטאת עולבתך באב עשית אל נקב הו לוטות נוא ואותו שינום וצול קירודה לארירונו באבל הגר אייטה באריום באוויה אושצ עץ

בנר איש ושמבלאוה) ונאלר צול צאימע לאוויומט ובארצרה) הההלצו וצול בצולה נאלת איש ברן דיב למרעט לצול קיצר עולפרט צרא אל שמן בד בבד עד קיצ בא בבליות? מעבת אבת שלאות ערוד ומוצבת עלוד בולאיצו אבת וקנוית דאו ונצא לנצא אפת מכל צוא ומנגאלוד בארצו דטע במכשלת עלוד עא יאל באשוני ביל בעישר אברי רוקק לוביבור איש לחונג כול ואא עולה בחביר אל טרולות השעוד מן עלור היוו אבה צבר נאד הצול הועכות שקר ואדוגולו אלמנשר דפוד עוודות האמן האת אמו ואו שני וואי בעבי אבא איש פי זת ריציא ובן רשטא עקלא וצרישתר בארא עול רישע צר ע נארצה ועטאו ארשוה והזאה נגיע פעות צעשרול צול סיו

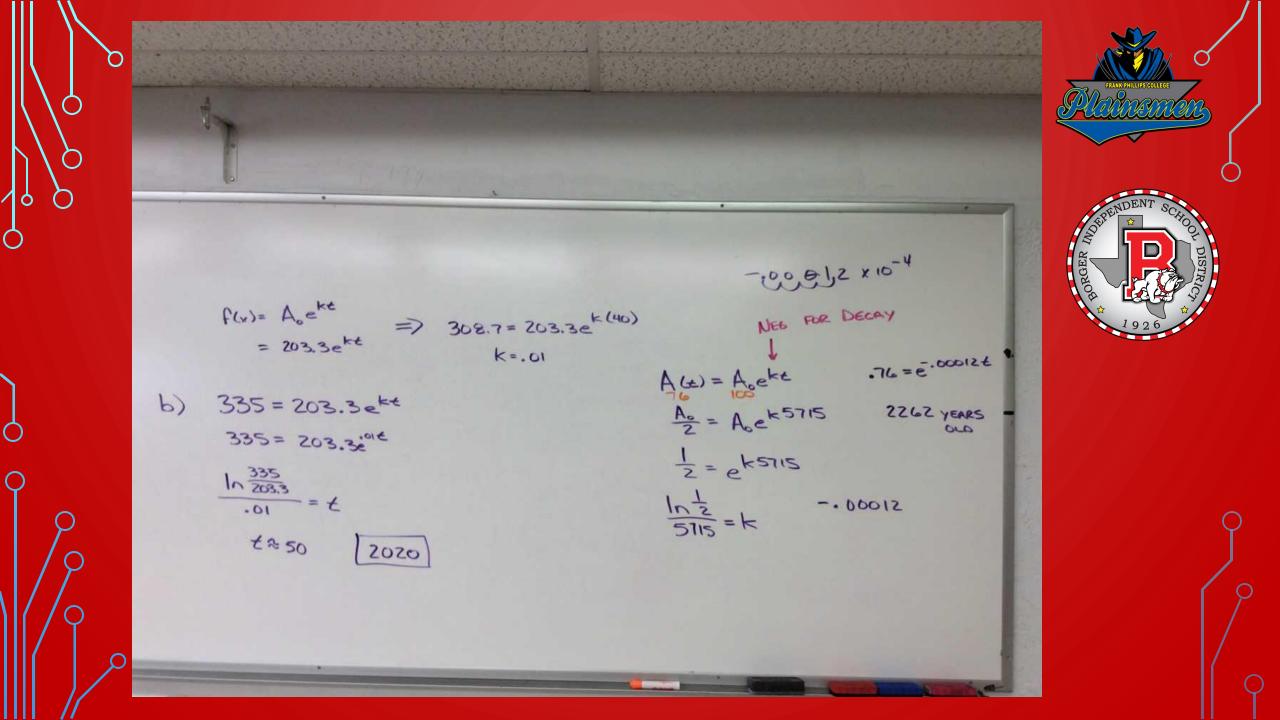
Carbon dating is useful for artifacts or fossils up to 80,000 years old. Older objects do not have enough carbon-14 to determine age accurately.







In 1947, earthenware jars containing what are known as the Dead Sea Scrolls were found by an Arab Bedouin herdsman. Analysis indicated that the scroll wrappings contained 76% of their original carbon-14. Estimate the age of the Dead Sea Scrolls.



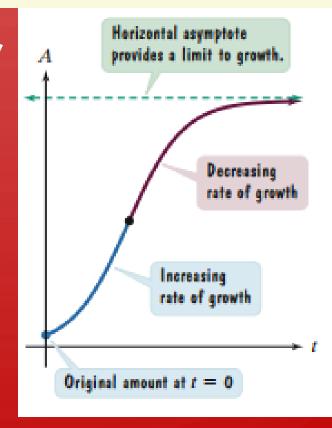
## Logistic Growth Model

The mathematical model for limited logistic growth is given by

$$f(t) = \frac{c}{1 + ae^{-bt}}$$
 or  $A = \frac{c}{1 + ae^{-bt}}$ 

where a, b, and c are constants, with c > 0 and b > 0.

As  $t \to \infty$ , the expression  $ae^{-bt} \to 0$ , and A gets closer and closer to c. This means y = c is a horizontal asymptote for the graph of the function. Thus, the value of A can never exceed the value of c which is the limiting size.





ρ

## Modeling the Spread of the Flu

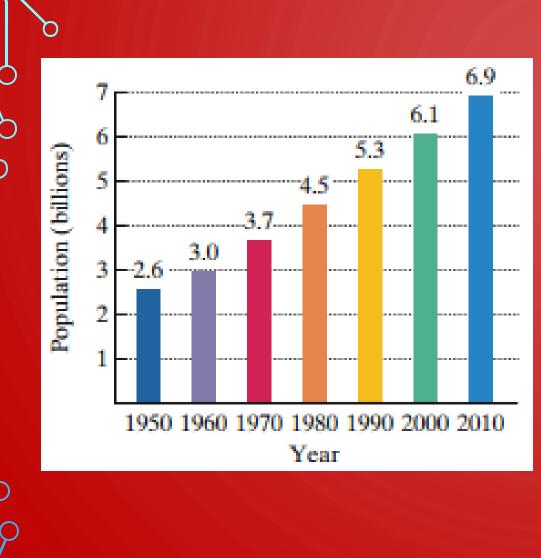
The function

 $P(t) = \frac{199,826}{1+20e^{-1.5t}}$ 

NOBRENDENT SCHOOL USING

describes the number of people, P(t), who have become ill with influenza t weeks after its initial outbreak in Amarillo, TX.

- a. How many people became ill with the flu when the epidemic began?
- b. How many people were ill by the end of the fourth week?
- c. What is the limiting size of P(t) that becomes ill?



Modeling the World Population The graph shows the world population, in billions, for seven selected years from 1950 through 2010.

- a. Express two models in function notation to model the data.
   Round numbers to three decimal places.
- b. How well do the functions model the population in 2000?
- c. By one projection, the population is expected to reach 8 billion in 2026.
   Which function is a better model?



